

國立勤益科技大學通識教育學院

111 學年度 二 學期 教學大綱

部別	<input type="checkbox"/> 日間部 <input checked="" type="checkbox"/> 進修推廣部 <input type="checkbox"/> 進修學院/專校	學制	<input checked="" type="checkbox"/> 四技 <input type="checkbox"/> 二技 <input type="checkbox"/> 二專
授課教師	陳東賢	教師學歷	博士
教師經歷	國立成功大學應用數學所博士	教師級職	教授
科目名稱(中)	創意遊戲與數學思維	必/選修	<input checked="" type="checkbox"/> 必修 <input type="checkbox"/> 選修
科目名稱(英)	Mathematical thinking through games		
開課單位	<input type="checkbox"/> 基礎通識教育中心 <input checked="" type="checkbox"/> 博雅通識教育中心	學分/學時數	2 / 2
優質課程類別	<input checked="" type="checkbox"/> 一般課程、 <input type="checkbox"/> 智慧財產權、 <input type="checkbox"/> 內涵式服務學習課程、 <input type="checkbox"/> 性別平等、 <input type="checkbox"/> 綠色課程 <input checked="" type="checkbox"/> 創新、創意課程、 <input type="checkbox"/> 工作(職場)倫理課程、 <input type="checkbox"/> 工具機技術研發		
科目與通識核心能力關聯	<input type="checkbox"/> 知識統整能力_____% <input checked="" type="checkbox"/> 創意思維能力 30 % <input checked="" type="checkbox"/> 溝通表達能力 20 % <input type="checkbox"/> 美感鑑賞能力_____% <input checked="" type="checkbox"/> 邏輯推理能力 50 % <input type="checkbox"/> 法治思辨能力_____% <input type="checkbox"/> 博通宏觀能力_____% <input type="checkbox"/> 倫理關懷能力_____%		
科目屬性	<input type="checkbox"/> 核心課程 <input type="checkbox"/> 跨領域課程(須符合附件二定義，並請勾選下一欄) <input checked="" type="checkbox"/> 生活性課程 <input type="checkbox"/> 學術性課程 <input checked="" type="checkbox"/> 通論性課程 <input type="checkbox"/> 經典性課程 (屬性定義請參見附件二，可複選)		
跨領域課程	<input type="checkbox"/> 人文藝術領域：(請填寫所跨之本領域之學科及百分比) <input type="checkbox"/> 社會科學領域：(請填寫所跨之本領域之學科及百分比) <input type="checkbox"/> 自然科技領域：(請填寫所跨之本領域之學科及百分比) (以上總和百分比須達100%)		
教科書	自編教材		
參考書目	1. 吳鶴齡，七巧板、九連環和華容道—中國古典智力遊戲三絕，科學出版社。 2. 孫文先，七巧遊戲，九章出版社。 3. 史都華著，葉李華譯，大自然的數學遊戲 天下文化。 4. 朴景美著，王海娟譯，無所不在的數學現象，晨星出版社。 5. K. C. Cole 著，丘宏義譯，數學與頭腦相遇的地方，天下文化。 6. 黃文璋，數學欣賞，華泰文化。 7. 李國賢，趣味數學·魔方陣，明日世紀。 8. 歐陽絳，數學的藝術，九章出版社。 9. 海因里希·德里，100個著名初等數學問題歷史和解答，凡異出版社。 10. 數學的神秘與奇趣，凡異出版社。 11. 李天華、許濟華，數學奇觀，九章出版社。 12. 李維歐著，丘宏義譯，黃金比例，遠流出版社。 13. Steven E. Landsburg, Cayley Elizabeth Landsburg, 劉復苓譯，公平賽局：經濟學家與女兒互談經濟學、價值，以及人生意義，經濟新潮社。		
教學目標	1. 提升數學素養。 2. 培養學習者觀察、探索、發現、分析、溝通、論證與問題解決之能力。 3. 在學習的過程中「學會如何學習」，以培養知識整合的能力。		

評量方式	<p>量化：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 平時表現、討論與作業:25% 2. 期中考試: 25% {(1)筆試 15%、(2)期中課程檢討、建議與反思 5%、(3)期末數學遊戲創意作品構思規劃書 5%} 3. 期末創意作品與期末報告: 25% 4. 期末考試: 25% <p>質化：</p> <p>從課堂上的討論、隨堂作業、學前、後問卷、與期末作品等內容都將做為分析與瞭解學生課堂所學之用。</p>
內容綱要	<p>「創意遊戲與數學思維」課程以遊戲方式讓學生獲得數學內容與思維方法，透過每週課程主題設計，讓學生實際動手操作具數學成分且有趣的遊戲和題目，藉由玩數學、欣賞數學、學習數學、思考數學，「從學中做」培養學生「獨立思考」的能力，以引發觀察、探索、發現、分析、論證等一連串數學活動。</p> <p>課程遊戲設計與教學內容都以合乎科技大學學生數理認知水平設計，或許有些問題一時之間不知如何解答，但最基本的要求是學生知道題目問題所在，試著嘗試去尋找解決之道。在教師與教學助理的適時問答或小組討論中獲得啟發，經由意見交流的過程，能增進民主與包容差異的能力。為加深本課程的知識承載度，在各種遊戲活動結束之後將輔以數學背景知識的說明。</p> <p>相關指定閱讀與參考書目會在校內數位學習平台網站提供給學生閱讀，大都以網路上即可瀏覽的數學傳播與科學月刊文章為主，觸動學生自動學習並培養閱讀習慣。另外與主題相關但未獲得解決的問題或猜想，也會在課堂上與學生一起討論，讓學生瞭解數學的生成有賴於猜想，數學的發展也離不開嚴謹證明，如同數學家華羅庚所言「千古數學一大猜」。</p>
教學方式	<ol style="list-style-type: none"> (一) 講述教學：每週規劃一個主題講授教學，並透過數學問題與遊戲，讓學生討論與思考。 (二) 合作學習：分組討論與遊戲製作，學習合作與分工等團隊精神。 (三) 專家講座：邀請相關領域專家蒞校演講增進學生學習。 (四) 數位學習平台：將課程內容與相關資訊放置於網路平台，讓學生可隨時上網瀏覽，學生可經由網路平台繳交服務學習週誌、作業與報告。 (五) 延伸閱讀：每次課後指配一些延伸閱讀文章，大都以網路上即可瀏覽的數學傳播與科學月刊文章為主，觸動學生自動學習並培養閱讀習慣，協助學生獲得更多的相關知識與概念。
創新教學活動設計	<p>課程期盼激發學生「創意思考」，除課堂的創意思考遊戲外，我們由反思遊戲的「原點」出發，跳脫一些遊戲的舊思維，讓學生設計一些創意數學遊戲，學生從單純解題者轉化為創題者的角色，挑戰創新構想。從「學中做」過程中有助於學生思考習慣的養成，將有利學生數學與邏輯思維能力的培養。</p>

科目進度與內容

週次	教學內容	備註 (課程活動與作業)
1	課程簡介、分組、中國傳統數學問題簡介與說明：本週進度將介紹課程內容，並進行分組，以配合合作學習。課堂將利用網	課程介紹與華容道遊戲操作，下週預告：帶厚

	站連結華容道遊戲，讓學生實際操作與小組討論華容道遊戲，並請同學利用課餘時間自行研究，下週討論解法。	紙板（回收紙箱）、剪刀、美工刀與尺。
2	九連環與華容道數學： 本週進度將介紹中國古典益智遊戲-華容道與九連環。延續上週介紹的華容道遊戲，請助教帶學生分組討論解法，討論如何解華容道，並分組示範，一些在華容道遊戲的數學研究也會與同學討論。「九連環」是一種中國古典的智力遊戲，這種傳統玩具在民間極為普及。它包含着九個相同的圓環及一把「劍」，目的是把九個圓環全套上或卸下。課程會先介紹九連環由來與九連環解法，並推算出九連環解法次數數學公式。請同學實際操作九連環，實際感受環環相扣的情形，進行把九個圓環全套上或卸下。	九連環遊戲操作。下週討論議題：請同學思考解開n個環所需次數
3	七巧板與九連環數學： 本週進度將介紹中國古典益智遊戲-七巧板與九連環。課程會先介紹七巧板由來，請同學將厚紙板依圖例製作七巧板，為培養小組合作默契，會顯示幾個有趣圖形，進行分組比賽，考驗哪一組同學在最短時間拼出圖形。延續上週介紹的「九連環」。請同學思考解開 n 個環所需次數。以培養學習者觀察、探索、發現、分析、溝通、論證與問題解決之能力。	七巧板遊戲分組競賽、下週討論議題：我們生活中有哪些方面應用到數學？
4	生活中的數學： 本週進度首先與學生討論上星期預告主題：「我們生活中有哪些方面應用到數學？」我們將由-買賣、時間、空間、測量、電話、運輸、運動、遊戲、娛樂、歷史、紀錄、飛行、工程、攝影、建築、電腦、音樂、藝術、大自然等角度與學生做討論，讓學生感受「數學」的無所不在。	創意思考遊戲：利用生活中簡單素材打造創意遊戲，如時下流行的火柴（筷子）遊戲，利用移動火柴棒（筷子）讓數學等式完成，生活中還有那些素材可以來拿實際操作數學遊戲。
5	數的特性及其相關問題： 一些「猜數字魔術」、「1A2B 遊戲」、「終極密碼」、「等式成立」等遊戲都會在此課堂討論。另外網路上流傳的-阿拉伯數字的寫法與角次數有關嗎？也會與學生討論，提醒學生小心網路的一些知識或許是以訛傳訛，要自己獨立思考去判斷。我們也會與學生討論一些有趣的數學問題，如糖果包裝紙問題、失蹤的 1 元、分遺產問題、天平問題、電燈開關問題、每個人身份證檢查碼如何形成、觸碰燈泡等問題。	下週請帶尺、圓規、計算機，並想像在古代不知道圓周率 π 的條件下，如何求「圓周長」、「圓面積」與如何計算地球的大小？
6	歐拉數與圓周率： 圓周率 π 和歐拉數 e 被認為是數學中最重要兩個超越數 (transcendental number)，本週進度首先與學生討論介紹世界上最美麗的數學公式， $e^{\pi} + 1 = 0$ 與同學討論公式美麗之處，接續討論「圓周率的歷史」、「阿基米德圓周率求法」、「中國在圓周率計算的歷史」、「圓面積求法」、「地球有多大」、「環繞地球的繩子」、「慶祝 π 的生日」、「Buffon 針計算 π 近似值」、「大自然中的 π 」等與 π 相關主題，關於學生最感興趣的「麥田圈」，也有 π 的蹤跡。討論歐拉數 e ，首先由問題：設存 1 單位錢在銀行，採複利計算，年利率為 100%，若一年中無時無刻地複利，一年後本利和是多少？順勢討論「利息問題」與「億萬富翁」問題，希望學生養	創意思考遊戲：像在古代不知道圓周率 π 的條件，如何求「圓周長」、「圓面積」與如何計算地球的大小？

	成理財的習慣，另外歐拉數 e 的數學相關性質、圓周率 π 和歐拉數 e 數學外用途也會被討論。	
7	空間藝數： 透過「數學」語言，經由人與空間的對話，運用數學文化與藝術美學的分析，培養學生觀察、探索、發現與分析生活周遭環境，進而對空間幾何物件進行抽象思考與推理，喚起我們內心對區域環境的重視。期盼大家用不同的視野來觀看生活與周遭事物。	創意思考遊戲：請依個人經驗，分享最讓你感動的建築、裝置或景觀，並討論其中的數學意涵。
8	魔方陣與數獨： 首先我們將由中國傳統易理哲學中，來自上古時代的圖案「河圖」與「洛書」討論說起，再與學生討論 n 階魔方陣的一般特性與歷史，先討論「奇數」階魔方陣解法技巧，後再討論解「偶數」階魔方陣概念。再與學生討論數獨解題技巧，數獨需要邏輯思維能力，與數字運算無關。雖然玩法簡單，但數字排列方式卻千變萬化，所以不少教育者認為數獨是鍛鍊腦筋的好方法。一些變型的數獨也會在課堂中與學生討論。	創意思考遊戲：跳脫只是玩別人設計的「數獨遊戲」，如何自行設計有創意的「數獨遊戲」。
9	期中考： 本週為期中考週，除了一般的紙筆測驗外，利用期中檢討機會，同學與老師進行交流、分享、檢討與反思，並請學生反思與分享在期中考之前的課程內容與國小服務學習。	繳交數學遊戲創意作品構思規劃書
10	排列、組合與機率統計問題： 首先與學生討論「我們班有人同月同日生嗎？」的問題，讓學生瞭解機率統計的重要性，而非簡單的直覺算數，從而介紹重要的「排列」、「組合」、「排容原理」問題。 介紹機率的由來與簡史，接續玩一個機率遊戲「要不要換」：若你參加電視節目獲勝，有機會得汽車大獎，你有 A、B、C 三種窗口選擇，只有其中一個窗口是汽車，另外兩個是安慰獎。主持人早已知道汽車在哪一窗口，在你選中 A、B、C 其中一個後，他會打開剩餘兩個窗口中的其中一個安慰獎，然後會問你要不要換？請問你要不要換窗口？ 告訴學生凡事「思考」的重要性。再回到「我們班有人同月同日生嗎？」的解法，接續討論一些「下棋策略」、「死囚問題」、「辛普森事件」、「樂透機率」、「混亂的帽子」、「抽撲克牌」等問題。接續介紹統計的由來與簡史，常見的「常態分配」與「M 型分配」，討論生活中常見的統計數據的詭詐，提醒學生在閱讀統計數據的一些迷思與陷阱。	創意思考遊戲：思考日常生活或報章雜誌中的統計數字是否有一些迷思與陷阱？實際解決之道為何？
11	邏輯推理及其相關問題： 本週進度首先與學生討論「誰會去洗澡」問題，讓學生瞭解當一個人的思路受到牽絆時，往往就不能清明地找尋到一切事理的根源。再由網路笑話「小姐，妳手機掉囉」討論現代人邏輯上的盲點。由命題「若 P，則 Q」成立，可推論「若 $\sim P$ ，則 $\sim Q$ 」成立，再討論「若 Q，則 P」、「若 $\sim Q$ ，則 $\sim P$ 」不一定成立，但日常生活卻常出現嚴重推論錯誤，接續討論「數學歸納法」、「理髮師的悖論」、「有沒有真理？」、「數學推導過程中何處有誤？」、「照片中的人是誰？」及一系列有趣的「過河問題」等問題。	創意思考遊戲：思考日常生活或報章雜誌中，是否會有嚴重推論錯誤之處？實際解決之道為何？ 下週請帶尺與圓規。
12	古希臘幾何作圖問題： 本週進度與學生討論幾何結構的迷思，再次強調「獨立思辨」的重要性。本週期盼學生重拾尺與圓規做圖，從「已知線段二等分」、「已知線段三等分」、「二等分角」、「倍平方」、「拿破崙分圓作法」開始，與學生討論古希臘幾何三大問題與相關數學發展。	創意思考遊戲：除了利用直尺與圓規作幾何圖形外，請發揮創意想想還有什麼方法可以作

		幾何圖形，如利用摺紙方法。
13	<p>圖論、七橋問題、四色問題及其相關問題：本週課堂開始先與學生討論哥尼斯堡七橋問題，接續介紹在 1736 年歐拉 Euler 首先以數學的方法，證明上述哥尼斯堡七橋問題無解，並且由此開創了圖論(Graph Theory)的典型思維方式及論證方式。延伸討論「一筆畫問題」解法、「哥尼斯堡七橋問題」，「漢米爾頓環遊世界問題」、「台北捷運圖」與相關問題。接續介紹著色問題，實際給學生分區地圖，助教帶分組討論，問最少需要多少種顏色來塗地圖，使得相鄰的區域都塗上不同顏色？探討由「四色猜想」到「四色定理」的發展歷程，並介紹這是人類首次依靠電子計算機的幫助解決的著名數學難題。</p> <p>下週討論若一位國王在他臨死前給他的五個兒子留下一份遺囑：「如果你們希望各自立國的話，可把我的國土分成五份，每人治理一個小國，但是有一個條件，每一個小國都必須與其他四國有共同的國境，否則不准分開。」請問如何劃分？</p>	創意思考遊戲：創意設計運用「一筆畫問題」或「四色定理」之遊戲。下週帶膠水與剪刀。
14	<p>慕比斯環與拓撲學問題：課堂開始先與學生討論若有一張長方形紙張，一隻螞蟻要從一點 A 爬到紙張反面的相對稱點 A'，請問如何不需要經過紙邊緣？慕比斯環(Möbius strip) 是只有一面的連續曲面，可將一個長方形帶子的一端先扭轉 180°再和另一端連接起來所構成的。延續上週問題，國王遺囑將國土分成五份的限制，討論在慕比斯環上如何完成。請助教帶學生討論慕比斯環實際用途，實際依一些情況剪慕比斯環並做討論，介紹拓撲學(Topology)發展歷史與應用。並藉此瞭解等價概念，再利用簡單道具玩「雙人脫困」、「左右互夾」與「移動環」遊戲。</p>	討論慕比斯環實際用途，實際依下列情況剪慕比斯環並做討論，沿慕比斯環(1)中線處(2)在寬度1/3處，(3)在寬度1/4處剪一周看看有何變化？ 下週討論生活中有那些物體呈現多面體型態。
15	<p>多面體與歐拉公式：本週課堂開始先與學生討論生活中有那些物體呈現多面體(Polyhedron)(指四個或四個以上多邊形所圍成的立體)。再介紹正多面體(柏拉圖立體)是指各面都是全等的正多邊形且每一個頂點所接的面數都是一樣的凸多面體。討論有幾種正多面體與歐拉多面體公式。在課堂中實際製作五種正多面體並討論，完成後的成品請學生帶到服務學習的國小機構與學童一起討論。</p>	創意思考遊戲：思考還有哪些方法可以作多面體？如何設計有創意的多面體遊戲？
16	<p>費氏數列與黃金比例：課堂開始先介紹義大利數學家費波那契(Leonardo Fibonacci, 約 1170-1250)在「算盤書」《Liber abacci》中提出了一個關於兔子繁衍的問題。討論一些問題，如「64=65?」、「楊輝三角與費波那契數列」與一些費氏數列重要性質，並由費氏數列為邊長組成正方形，所畫之等角螺線，延伸到自然界中許多物體都呈現等角螺線的形狀。討論未解之謎：已知質數有無限多個，但費氏數列是否含有無限個質數仍是未知的問題。由費氏數列前後項比值可推出黃金比例，由此與學生討論「大自然中的費氏數列」、「黃金分割」、「人體的各種黃金比例」、「高跟鞋的秘密」、「整形風潮」、「藝術與黃金比例」、「建築與黃金比例」等問題。</p>	創意思考遊戲：找尋周遭生活中的還有哪些特定比例，並解釋為何出現此現象，有何應用？
17	<p>賽局理論：先由分家產問題討論：從前、從前有一戶人家因為分家產，老大與老二鬧的很不愉快，而告上衙門，如果你是知</p>	創意思考遊戲：思考周遭生活中，是否會有運

	<p>縣大人，你要如何解決這場紛爭？這就是一個經典運用賽局理論的例子讓兩個人都得到他們理想中的家產。介紹賽局理論的發展歷史與相關理論，再與學生討論囚犯困境問題，描述真實世界是既競爭又合作的常態，證明以個人自我利益為出發點的最後結局，可能是「雙贏」或「雙輸」。賽局理論的其他例子，軍備競賽、關稅戰爭、廣告戰、自行車賽、自行取報放錢、「認罪減刑」不可行、公共用品的悲劇（公海捕魚）。</p>	<p>用賽局理論之處？實際解決問題為何？</p>
<p>18</p>	<p>期末報告：本週為期末反思，利用最後一次上課機會，分享與檢討一整個學期的課程心得，同學與老師進行交流、分享、檢討與反思。</p> <p>對全班同學施測期末數學本質問卷，藉由問卷瞭解期初至期末修課學生的數學本質的轉化情況，以作為課程未來調整的參考資料。</p>	